

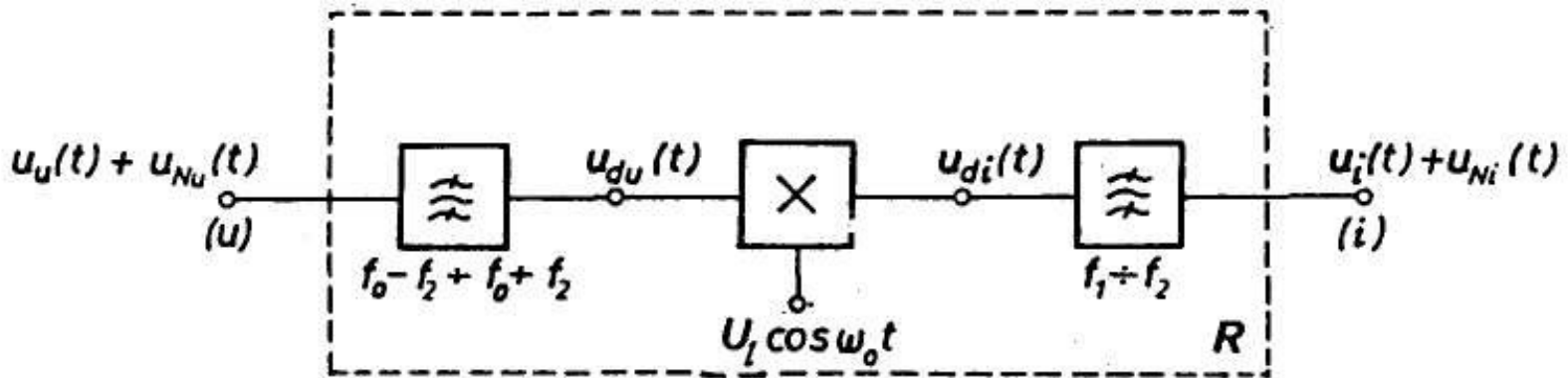
ODNOS SIGNAL/ŠUM U SISTEMIMA PRENOSA SA AMPLITUDSKOM MODULACIJOM

Razlikujemo nekoliko vrsta AM signala, pa se i odnos S/N za svaki od njih treba razmatrati ponaosob.

ODNOS S/N PRI PRENOSU PORUKA KAM SIGNALOM

- KAM signal sa sinhronom demodulacijom

Blok šema prijemnika je na slici.



Slika: Blok-šema prijemnika za prijem signala KAM tipa sa sinhronom demodulacijom

Na ulazu u prijemnik postavljen je filter propusnik opsega učestanosti. Ako se spektar prenošenog signala nalazi u opsegu učestanosti od f_1 do f_2 , propusni opseg filtra je $f_0 - f_2$ do $f_0 + f_2$, f_0 je učestanost nosioca.

Na izlazu demodulatora je filter kojim se na izlazu iz demodulatora izdvaja prenošeni signal. Granice njegovog propusnog opsega su f_1 i f_2 . Neka je modulišući signal dat u obliku sinusoidalnog test tona :

$$u_m(t) = U_m \cos \omega_m t, \quad \omega_1 \leq \omega_m \leq \omega_2$$

Tada će KAM signal na ulazu u prijemnik biti opisan izrazom:

$$\begin{aligned} u_u(t) &= U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t = \\ &= U_0 \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} m_0 U_0 \cos(\omega_0 - \omega_m)t + \frac{1}{2} m_0 U_0 \cos(\omega_0 + \omega_m)t \end{aligned}$$

Indeks modulacije m_0 :

$$m_0 = \frac{k_U U_m}{U_0} = \frac{\Delta U_0}{U_0}$$

Ako je ulazna otpornost prijemnika R , srednja snaga signala $u_u(t)$ biće:

$$P_{KAM} = \frac{U_0^2}{2R} + \frac{m_0^2}{4} \frac{U_0^2}{2R} + \frac{m_0^2}{4} \frac{U_0^2}{2R} = \frac{U_0^2}{2R} + \frac{m_0^2}{2} \frac{U_0^2}{2R} = P_0 + P_m$$

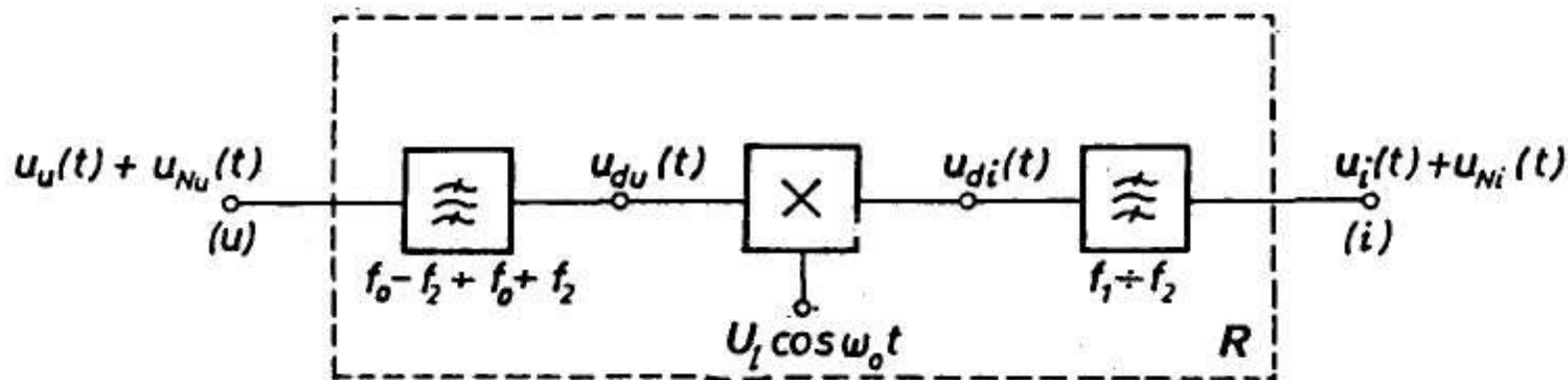
P_0 predstavlja snagu nosioca, P_m snagu obje bočne komponente, a $P_{m1}=0,5P_m$ je snaga jedne bočne komponente.

$$P_m = 2P_{m1} = \frac{m_0^2}{2} \frac{U_0^2}{2R} = \frac{m_0^2}{2} P_0$$

Pošto je poruka sadržana samo u bočnim komponentama, snaga korisnog signala na ulazu u prijemnik jednaka je snazi bočnih komponenata:

$$P_{Su} = P_m = 2P_{m1} = \frac{m_0^2}{2} P_0$$

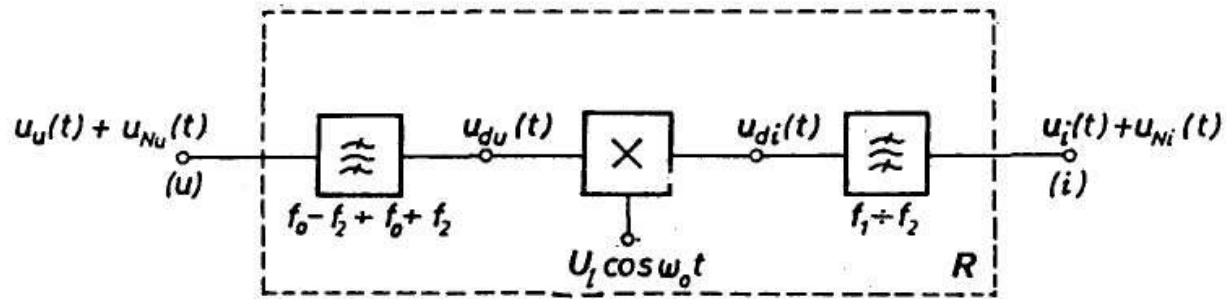
Uz pretpostavku da ulazni filter ne unosi nikakvo slabljenje, istu snagu će imati i koristan signal i na ulazu u demodulator.



Pored signala $u_u(t)$ na ulazu u prijemnik postoji i slučajan šum $n(t)$. On potiče od spoljnjeg izvora šuma i sopstvenog šuma prijemnika. Oba ova šuma mogu da se okarakterišu srednjim faktorom šuma \overline{F} . Spektralna gustina srednje snage ukupnog šuma na ulazu u prijemnik je:

$$p_N = \overline{F}kT$$

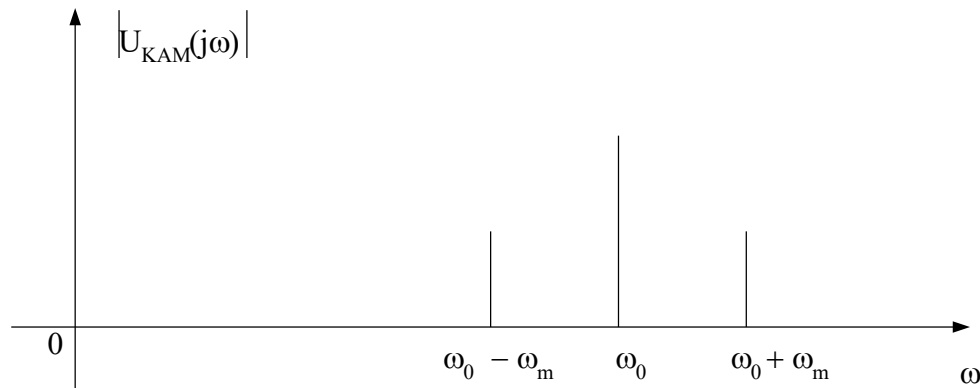
Ukupan šum sveli smo na ulaz, pa cio sistem do izlaza iz prijemnika smatramo „bešumnim”.



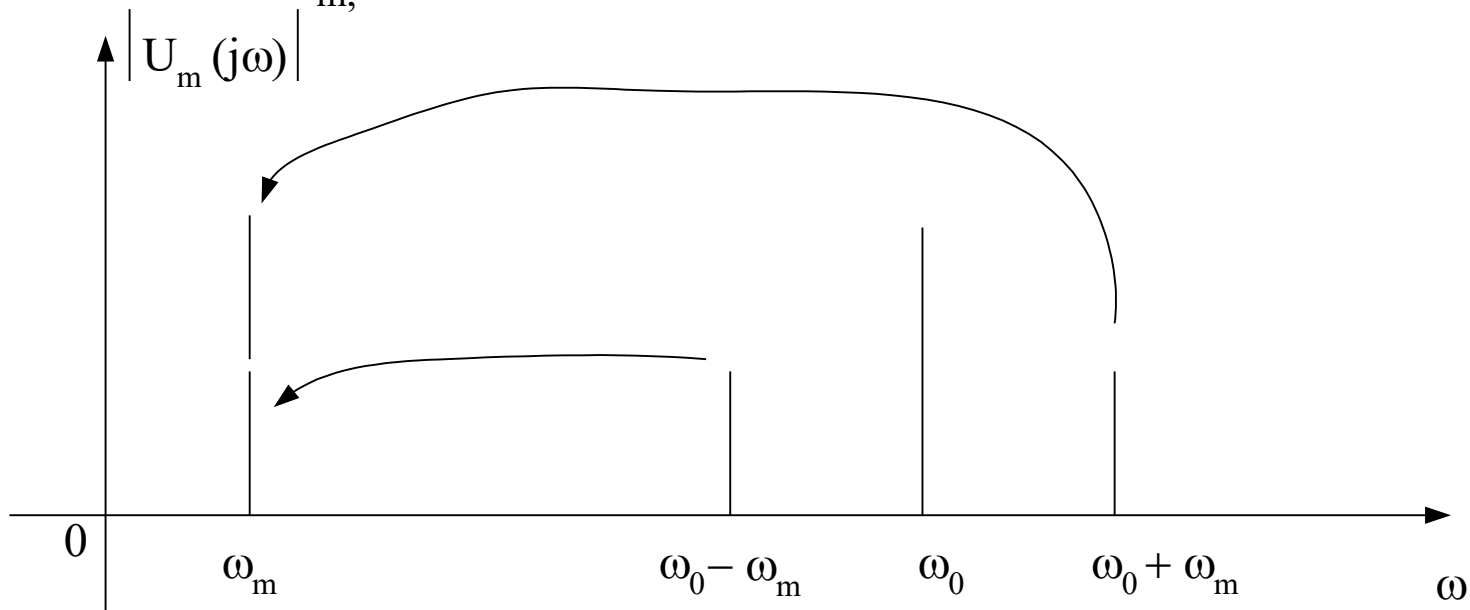
Posmatrajmo najprije šta se dešava sa signalom, prilikom prolaska kroz prijemnik. Posmatrajmo KAM signal nastao modulacijom nosioca na učestanosti ω_0 sinusoidalnim tonom:

$$u_m(t) = U_m \cos \omega_m t, \quad \omega_1 \leq \omega_m \leq \omega_2$$

Spektar tako dobijenog KAM signala je prikazan na slici:



U prijemniku se nalazi produktni modulator. On će spektar ulaznog signala translirati za učestanost nosica lijevo i desno. Izlazni filter će eliminirati spektar oko $2\omega_0$, tako da se na izlazu iz sistema i gornji i donji bočni opseg naći na učestanosti ω_m :

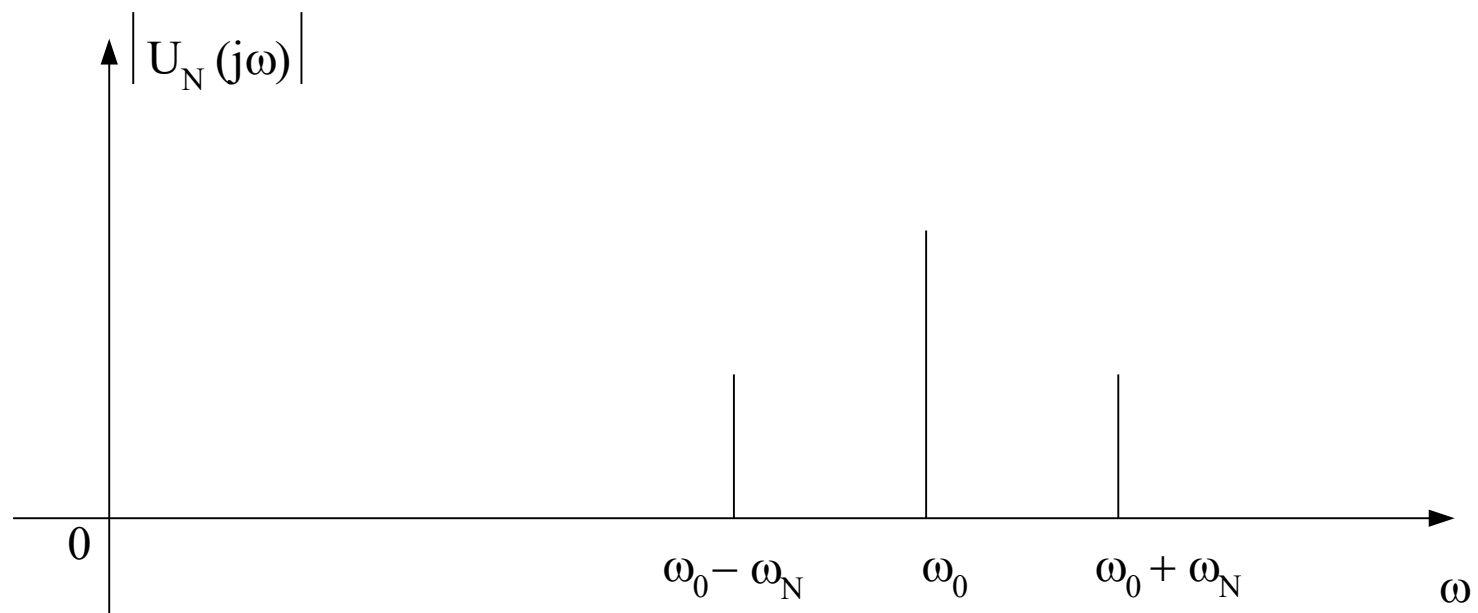


Ove dvije komponente signala na izlazu iz sistema potiču od istog modulišućeg signala (komponente iz gornjeg i donjeg bočnog opsega KAM signala) pa su u fazi, a to znači da se u vremenskom domenu mogu sabrati. To znači da je amplituda signala na izlazu iz prijemnika dvostruko veća od amplitude jedne bočne komponente KAM signala, pa je:

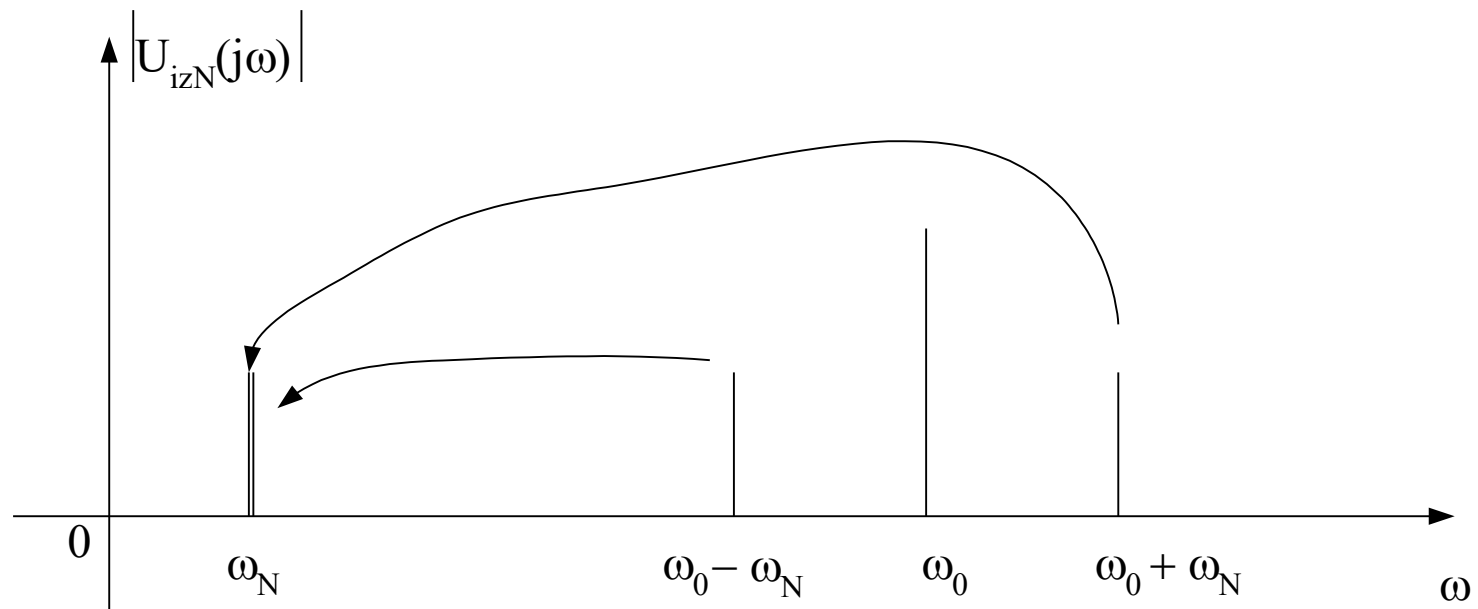
$$P_{si} = 4D_p P_{Su1} = 2D_p P_m$$

Šta se dešava sa šumom?

Posmatrajmo dvije komponente šuma na ulazu u prijemnik na učestanosti $\omega_0 + \omega_N$ i $\omega_0 - \omega_N$. Ove dvije komponente su iste amplitude ali slučajne (dakle različite) faze.



Na izlazu iz prijemnog filtra ove dvije komponente šuma će se pojaviti na istoj učestanosti.



Za razliku od signala ove dvije komponente su slučajnih i nekorelisanih faza, a to znači da se njihove snage na izlazu mogu sabrati. Snaga zbira dvije nekorelisane komponente je jednaka zbiru snaga pojedinih komponenti, pa je:

$$dP_{Ni} = 2D_p dP_{Nu1} = 2D_p \cdot p_N df = 2D_p \overline{FkT} df$$

Ukupan šum na izlazu iz prijemnika se dobija integraljenjem u granicama od f_1 do f_2 :

$$P_{Ni} = \int_{f_1}^{f_2} dP_{Ni} = 2D_p \int_{f_1}^{f_2} p_N df = 2D_p \overline{F} kT (f_2 - f_1) = 2D_p \overline{F} kTB$$

Konačno je traženi odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{4D_p P_{su1}}{2D_p \overline{F} kTB} = \frac{P_m}{\overline{F} kTB}$$

Traženi odnos na ulazu je:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_u = \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} = \frac{P_m}{2\overline{F} kTB} = \frac{1}{2} \left(\frac{S}{N} \right)_i$$

Kao što se vidi, za slučaj prenosa signalom KAM tipa, odnos S/N na izlazu iz prijemnika je 2 puta veći od odnosa S/N na ulazu u prijemnik.

ODNOS S/N PRI PRENOSU PORUKE AM-2BO SIGNALOM

Ovaj slučaj razlikuje se od prenosa signalom KAM tipa jedino po tome što u izrazu za signal tipa AM-2BO ne postoji nosilac.

Izraz za napon na izlazu demodulatora biće isti kao i izraz za KAM signal, samo u njemu neće postojati prvi član, $U_0 \cos^2 \omega_0 t$, ali on nema nikakav uticaj na snagu korisnog signala.

$$P_{Su} = P_m = 2P_{m1}$$

$$P_{Si} = 4D_p P_{m1} = 2D_p P_{Su}$$

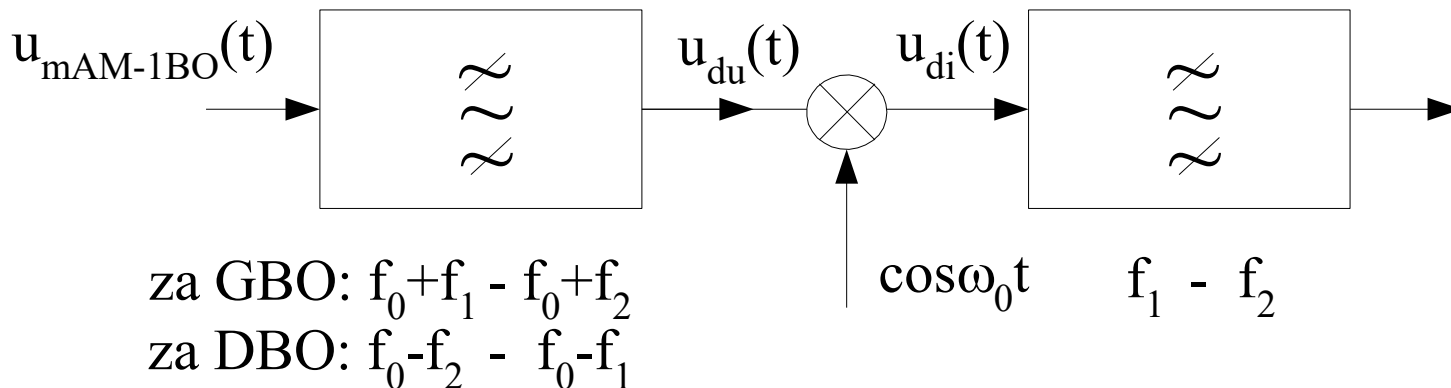
Pošto su u pitanju isti filtri, analiza koja se odnosi na šum je ista, pa je i u slučaju AM-2BO modulacije odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika isti kao i za KAM signal, tj.:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{i_{AM-2BO}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{i_{KAM}} ; \quad \left(\frac{S}{N}\right)_{u_{AM-2BO}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{u_{KAM}}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = 2\left(\frac{S}{N}\right)_u$$

ODNOS S/N PRI PRENOSU PORUKA AM-1BO SIGNALOM

Pri prenosu poruka AM signalom koji ima samo jedan bočni opseg, u prijemniku se koristi sinhrona demodulacija. Blok-šema prijemnika je data na slici.



Pretpostavimo da je modulišući signal oblika sinusoidalnog test tona, i neka se prenosi viši bočni opseg, signal na ulazu u demodulator će biti oblika:

$$u_{du}(t) \propto \frac{1}{2} U_m \cos(\omega_0 + \omega_m)t$$

a na izlazu iz izlaznog filtra oblika:

$$u_i(t) \propto \frac{1}{2} \frac{1}{2} U_m U_l \cos \omega_m t$$

Snaga signala na izlazu iz prijemnika P_{Si} i snaga signala na ulazu u prijemnik P_{Su} su takvi da važi:

$$P_{Si} = D_p P_{Su}$$

Što se tiče šuma, ulazni filter propušta samo one komponente šuma koje se nalaze na ulazu u prijemnik u opsegu učestanosti od f_0+f_1 do f_0+f_2 . Prema tome, za šum će važiti relacija u diferencijalnom obliku:

$$dP_{Ni} = D_p dP_{Nu}$$

$$dP_{Nu} = p_N df = \bar{F}kTdf \Rightarrow dP_{Ni} = D_p \bar{F}kTdf$$

Ako ovu relaciju integralimo u granicama od f_1 do f_2 , dobija se snaga šuma:

$$P_{Ni} = D_p \bar{F}kT(f_2 - f_1) = D_p \bar{F}kTB$$

Konačno je traženi odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika dat izrazom:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{Su}}{\bar{F}kTB}$$

Kako je snaga šuma na ulazu u prijemnik koja se transformiše u snagu šuma na izlazu:

$$P_{Nu} = \int_{f_0+f_1}^{f_0+f_2} \overline{FkT} df = \overline{FkTB}$$

to je:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} \Rightarrow \left(\frac{S}{N} \right)_i = \left(\frac{S}{N} \right)_u$$

✓ Zaključak:

Pri prenosu poruka AM-1BO modulacionim postupkom, odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika **jednak** je odnosu signal/šum na ulazu u prijemnik.

ODNOS S/N PRI PRENOSU PORUKA KAM SIGNALOM PRIJEMNIK SA DETEKTOROM ANVELOPE

Pretpostavimo da se prenos poruka vrši signalom KAM tipa, a da se u prijemniku prenošeni signal detektuje detektorom anvelope.

Ako je nosilac u predajniku modulisan sinusoidalnim test tonom, onda će napon na ulazu u detektor biti:

$$u_{du}(t) = U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t + n(t)$$

Posmatrajmo prvo uticaj samo jedne komponente šuma. Neka je njena amplituda ΔU_N na ulazu u detektor vrlo mala, tako da je $\Delta U_N \ll U_0$, njena učestanost $f_0 + f_N$ a faza slučajna i neka iznosi φ_N .

U ovim uslovima, izraz za napon na ulazu u detektor je oblika:

$$u_{du}(t) = U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t + \Delta U_N [\cos(\omega_0 + \omega_N)t + \varphi_N]$$

Napon na izlazu iz detektora biće približno jednak anvelopi napona na ulazu u detektor. Izraz za napon na ulazu u detektor se može zapisati i u obliku:

$$u_{du}(t) = [U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) + \Delta U_N \cos(\omega_N t + \varphi_N)] \cos \omega_0 t - [\Delta U_N \sin(\omega_N t + \varphi_N)] \sin \omega_0 t$$

$$u_{du}(t) = U(t) \cos[\omega_0 t + \theta_N(t)]$$

$U(t)$ predstavlja anvelopu napona, koja je oblika:

$$U(t) = \sqrt{[U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) + \Delta U_N \cos(\omega_N t + \varphi_N)]^2 + [\Delta U_N \sin(\omega_N t + \varphi_N)]^2}$$

Detektor anvelope nije osjetljiv na promjene faze ulaznog napona, pa će napon na izlazu iz detektora biti proporcionalan anvelopi signala:

$$u_{di}(t) \cong U(t)$$

$$u_{di}(t) \cong \sqrt{U_0^2(1 + m_0 \cos \omega_m t)^2 + 2\Delta U_N U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) \cos(\omega_N t + \varphi_N) + \Delta U_N^2}$$

Kako je $\Delta U_N \ll U_0$ to se odgovarajućom aproksimacijom dobija izraz za anvelopu u obliku:

$$u_{di}(t) \cong U_0 (1 + m_0 \cos \omega_m t) \sqrt{1 + \frac{2\Delta U_N \cos(\omega_N t + \varphi_N)}{U_0 (1 + m_0 \cos \omega_m t)}}$$

Ili konačno (za malo x , $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$):

$$u_{di}(t) \cong U_0 (1 + m_0 \cos \omega_m t) + \Delta U_N \cos(\omega_N t + \varphi_N)$$

Na izlazu iz detektora anvelope dobija se napon koji je sastavljen iz dvije komponente:

1. anvelopa KAM signala,
2. komponenta koja potiče od šuma. Njena amplituda je približno jednaka amplitudi odgovarajuće komponente šuma na ulazu u detektor, a učestanost je jednaka razlici učestanosti komponente šuma na ulazu $f_0 + f_N$ i učestanosti nosioca f_0 .

Međutim, na ulazu u detektor postoji i komponenta šuma čija je učestanost $f_0 - f_N$, pa će se i ona pojaviti na izlazu iz detektora, a njena učestanost će biti f_N . Faze ove dvije komponente šuma čije su učestanosti jednake su *slučajne veličine*.

Ako modulišući signal koji predstavlja poruku ima spektar koji se nalazi u opsegu od f_1 do f_2 , na ulazu u prijemnik se nalazi filter propusnik opsega učestanosti od f_0-f_2 do f_0+f_2 . Iza detektora anvelope se nalazi filter koji propušta opseg učestanosti od f_1 do f_2 .

Posmatrajmo detektor anvelope i filter iza njega kao jedan sklop. Neka je njegova ulazna impedansa za učestanosti iz propusnog opsega R_{u1} i neka je filter zatvoren impedansom R . Tada će biti:

$$P_{Ndu} R_{u1} = P_{Ni} R$$

Snaga signala na izlazu će biti:

$$P_{Si} = \frac{(m_0 U_0)^2}{2R} \cdot \frac{R_{u1}}{R_{u1}} = \frac{R_{u1}}{R} \frac{m_0^2 U_0^2}{2R_{u1}} = \frac{R_{u1}}{R} m_0^2 P_0$$

$$P_{Si} = \frac{R_{u1}}{R} 2P_m = \frac{R_{u1}}{R} 2P_{Sdu}$$

Konačno se dobija da je traženi odnos S/N:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = 2 \frac{P_{Sdu}}{P_{Ndu}} = \frac{m_0^2 P_0}{2FkTB}$$

I u slučaju detekcije anvelope, pod uslovom da je na ulazu u prijemnik šum znatno manji od signala, važi ista relacija koja se dobila i za slučaj sinhronne demodulacije KAM signala.

ODNOS S/N U SISTEMIMA PRENOSA SA UGAONOM MODULACIJOM

Postoje dvije vrste ugaone modulacije:

- Frekvencijska i
- fazna modulacija

One pokazuju različite osobine u pogledu slučajnog šuma koje se kvalitativno i kvantitativno mogu ocijeniti na osnovu izraza za srednju izlaznu snagu slučajnog šuma, odnosno na osnovu izraza za odnos signal/šum na izlazu iz odgovarajućih prijemnika.

Pretpostavimo da na ulazu u prijemnik postoji slučajan šum čija je spektralna gustina srednje snage p_N konstantna i iznosi:

$$p_N = \overline{F}kT$$

Uvođenjem faktora šuma u daljoj analizi možemo smatrati da je cio prijemnik „bešuman”.

✓ Digresija:

1) Posmatrajmo slučaj kada na ulaz prijemnika dolazi nosilac i **jedan** parazitni sinusoidalni test ton. **Riječ je o problemu interferencije nosioca i parazita sinusoidalnog talasnog oblika.**

Na ulazu prijemnika za ugaono modulisane signale, pored nemodulisanog nosioca:

$$u_0(t) = U_0 \cos \omega_0 t$$

se javlja i parazit, čiji je napon:

$$u_N(t) = U_N \cos(\omega_0 + \omega_N)t$$

Rezultantni ulazni napon u prijemnik biće:

$$\begin{aligned} u_u(t) &= u_0(t) + u_N(t) = U_0 \cos \omega_0 t + U_N \cos(\omega_0 + \omega_N)t = \\ &= (U_0 + U_N \cos \omega_N t) \cos \omega_0 t - U_N \sin \omega_N t \sin \omega_0 t \\ u_u(t) &= U_u(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_N(t)) \end{aligned}$$

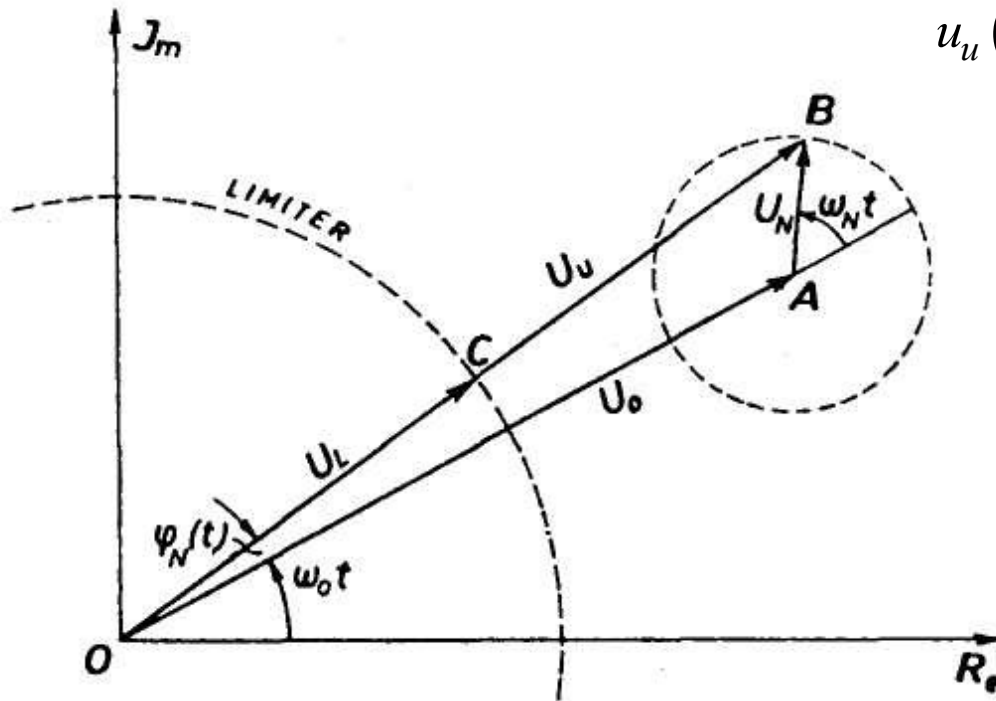
Anvelopa i faza ovog signala su:

$$U_u(t) = \sqrt{(U_0 + U_N \cos \omega_N t)^2 + (U_N \sin \omega_N t)^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_N = \frac{U_N \sin \omega_N t}{U_0 + U_N \cos \omega_N t}$$

Dobijeni rezultatni napon $u_u(t)$ ima vremenski promjenljivu i amplitudu i fazu (istovremeno je i amplitudski i ugaono modulisan). Fazorski dijagram je:

$$u_u(t) = U_u(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_N(t))$$



Slika: Fazorski dijagram koji ilustruje interferenciju nosioca i parazita sinusoidalnog talasnog oblika

Ako pretpostavimo da je $U_N \ll U_0$, dobija se:

$$U_u(t) = \sqrt{U_0^2 + 2U_0U_N \cos\omega_N t + U_N^2} \approx \sqrt{U_0^2 + 2U_0U_N \cos\omega_N t}$$

$$U_u(t) \approx U_0 \left(1 + \frac{U_N \cos\omega_N t}{U_0} \right)$$

$$\operatorname{tg}\varphi_N \approx \varphi_N \approx \frac{U_N}{U_0} \sin\omega_N t$$

Konačno, napon na ulazu je:

$$u_u(t) \approx U_0 \left(1 + \frac{U_N}{U_0} \cos\omega_N t \right) \cdot \cos \left(\omega_0 t + \frac{U_N}{U_0} \sin\omega_N t \right)$$

Uz navedeni uslov parazitni test ton je svojim prisustvom modulirao nosilac:

1. Amplitudski - sinusoidalnim tonom čija je učestanost jednaka razlici učestanosti parazita i nosioca, uz indeks modulacije $m_0 = U_N/U_0$
2. Ugaono - sinusoidalnim tonom čija je učestanost jednaka razlici učestanosti parazita i nosioca, pri čemu je trenutna faza signala:

$$\Phi_i = \omega_0 t + \frac{U_N}{U_0} \sin\omega_N t$$

Maksimalna devijacija faze je:

$$\Delta\Phi_{0N} = \frac{U_N}{U_0}$$

Trenutna (kružna) učestanost i maksimalna devijacija (kružne) učestanosti signala su:

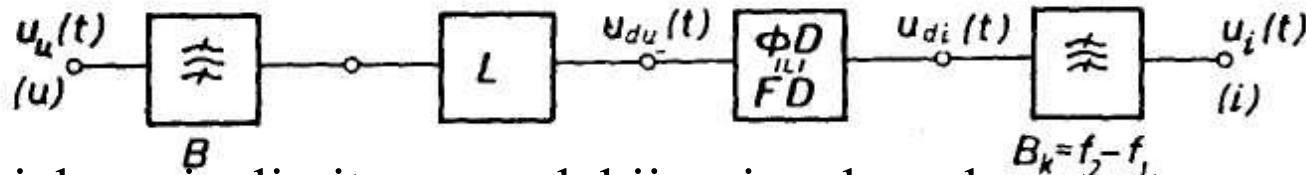
$$\omega_i = \frac{d}{dt} \left[\omega_0 t + \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t \right] = \omega_0 + \frac{U_N}{U_0} \omega_N \cos \omega_N t = \omega_0 + \delta\omega_i$$

$$\Delta\omega_{0N} = \frac{U_N}{U_0} \omega_N$$

$$f_i = f_0 + \frac{U_N}{U_0} f_N \cos \omega_N t = f_0 + \delta f_i$$

$$\Delta f_{0N} = \frac{U_N}{U_0} f_N$$

Ovaj složeni napon dolazi na ulaz prijemnika UM signala sa slike.



1. Na izlazu iz limitera se dobija signal sa konstantnom amplitudom (čist ugaono modulisan signal):

$$u_{du}(t) = U_{du} \cos\left(\omega_0 t + \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t\right)$$

a) Ako je riječ o prijemniku fazno modulisanih signala, fazni diskriminator na svom izlazu daje signal koji je direktno srazmjeran trenutnoj devijaciji faze, pa je na izlazu iz diskriminatora signal:

$$u_{di}(t) = D_\Phi \delta\Phi_i = D_\Phi \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t = U_{N\Phi} \sin \omega_N t$$

b) Ako je riječ o prijemniku frekvencijski modulisanih signala, frekvencijski diskriminator na svom izlazu daje signal direktno srazmjeran trenutnoj devijaciji učestanosti, pa je izlazni signal:

$$u_{di}(t) = D_F \delta f_i = D_F \frac{U_N}{U_0} f_N \cos \omega_N t = U_{NF} \cos \omega_N t$$

U slučaju kad je prijemnik predviđen za *fazno modulisane signale*, parazit će se na njegovom izlazu pojaviti kao sinusoidalan ton konstantne amplitude i učestanosti.

Ako je u pitanju prijemnik za *frekvencijski modulisane signale*, na izlazu će se dobiti sinusoidalan ton učestanosti f_N , ali je njegoa amplituda direktno srazmjerna toj učestanosti:

$$U_{NF} = U_{NF}(f_N) = D_F \frac{U_N}{U_0} f_N$$

2) Posmatrajmo slučaj kada na ulaz prijemnika dolazi nosilac i **suma** parazitnih sinusoidalnih test tonova. U tom slučaju ulazni signal biće:

$$u_u(t) = u_0(t) + u_N(t) = U_0 \cos \omega_0 t + \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos(\omega_0 + \omega_{Nk})t$$

$$u_u(t) = \left(U_0 + \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos \omega_{Nk} t \right) \cos \omega_0 t - \sum_{k=1}^m U_{Nk} \sin \omega_{Nk} t \sin \omega_0 t$$

$$u_u(t) = U_u(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_N(t))$$

Anvelopa i faza ovakvog signala su:

$$U_u(t) = \sqrt{\left(U_0 + \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos \omega_{Nk} t \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^m U_{Nk} \sin \omega_{Nk} t \right)^2}$$

$$\varphi_N(t) = \arctg \frac{\sum_{k=1}^m U_{Nk} \sin \omega_{Nk} t}{U_0 + \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos \omega_{Nk} t}$$

Na prijemu, filter propušta signal, a limiter ograničava promjene amplitude, pa se dobija signal:

$$u_{du}(t) = U_{du} \cos(\omega_0 t + \varphi_N(t))$$

Ako je ispunjen uslov:

$$\max \left| \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos \omega_{Nk} t \right| \ll U_0$$

$$\varphi_N(t) = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{k=1}^m U_{Nk} \sin \omega_{Nk} t}{U_0 + \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos \omega_{Nk} t}$$

važi aproksimacija:

$$\varphi_N(t) \approx \operatorname{tg} \varphi_N(t) \approx \sum_{k=1}^m \frac{U_{Nk}}{U_0} \sin \omega_{Nk} t$$

pa je:

$$u_{du}(t) = U_{du} \cos \left(\omega_0 t + \sum_{k=1}^m \frac{U_{Nk}}{U_0} \sin \omega_{Nk} t \right)$$

Dobijeni izraz odgovara UM signali kod koga je **nosilac na izlazu iz limitera modulisan sumom interferirajućih parazita**, i to tako da je svaki od interferirajućih signala izvršio ugaonu modulaciju.